

Risolvere un problema

Strategie risolutive

Diverse situazioni reali richiedono, in conformità a informazioni note, la ricerca di altre non immediatamente disponibili.

Controllando, per esempio, la merce e le quantità che desideri acquistare ti è possibile stabilire il totale da pagare. Le quantità e prezzi unitari sono le informazioni note e il totale da pagare costituisce il dato da ricercare. Si giunge a stabilire tale risultato seguendo una precisa metodologia. Ci sono situazioni problematiche che portano, come nel caso precedente, a un'unica soluzione e altre in cui si possono prospettare più soluzioni, tutte possibili. Noti, ad esempio, i prezzi unitari di quaderni, matite e penne e la disponibilità economica si possono prospettare diverse combinazioni possibili di cosa e quanto comprare.

Per risolvere problemi occorre saper prospettare percorsi di risoluzione e saper verificare i risultati ottenuti.

*Un **problema** è una particolare situazione dove sono note alcune informazioni, dette **dati** del problema, e vi sono una o più richieste cui rispondere, dette **incognite** o **quesiti** del problema.*

Per la risoluzione corretta di un problema è importante, oltre alla comprensione del testo e dei suoi elementi, l'individuazione dei dati e della loro tipologia, e delle incognite o quesiti del problema. Occorre, inoltre, individuare relazioni, esplicite o implicite, tra i dati del problema.

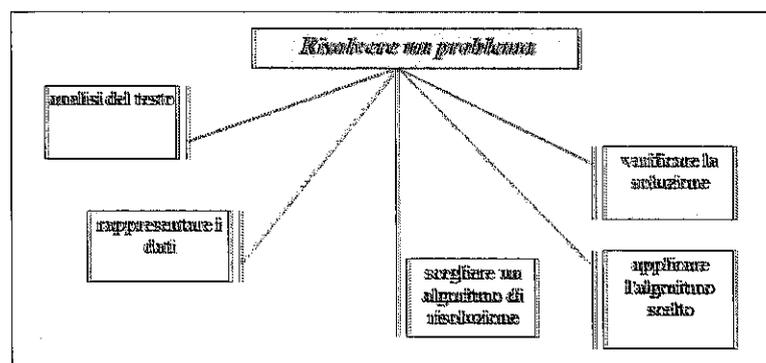
È importante prestare molta attenzione alle unità di misura da adottate e se si debbano eseguire eventuali equivalenze per uniformare i dati.

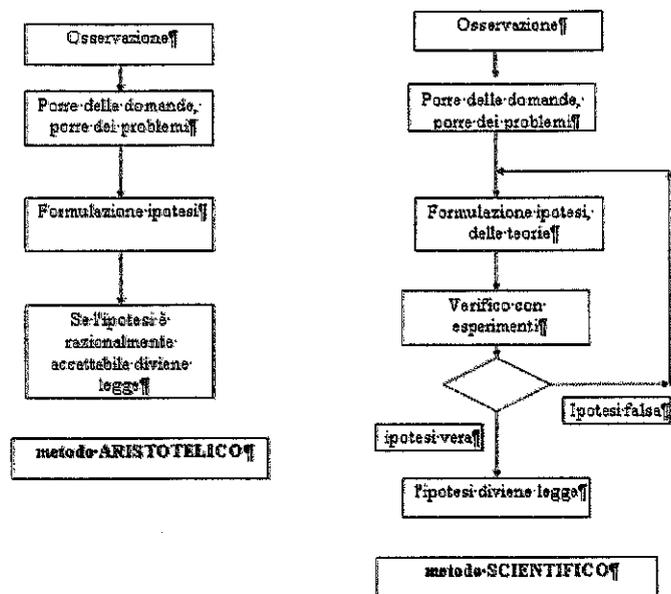
La ricerca di una corretta strategia risolutiva si fonda su di un'attenta lettura dei dati e su di una loro corretta classificazione. L'applicazione di una strategia risolutiva come sequenza ordinata di operazioni prende il nome di **algoritmo**.

*Matematica e storia
La parola algoritmo prende il nome del matematico arabo Abu Ja'far Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi (Baghdad, 780 circa - 850 circa) e sta a indicare oggi qualsiasi schema prefissato di calcolo su numeri o lettere.*

*Individuati di un problema i dati a disposizione, si deve, per risolverlo, formulare delle **ipotesi** di soluzione e trovare una metodologia opportuna. Le informazioni finali e che rispondono alle richieste del problema sono dette **soluzioni** e vanno verificati.*

Vi sono diversi approcci all'analisi dei problemi sia per la classificazione dei dati sia per le tecniche di attacco, risoluzione e verifica.





*Matematica e scienza
Secondo Galileo Galilei (Pisa, 15 febbraio 1564 – Arcetri, 8 gennaio 1642), la natura poggia su leggi matematiche e, per poterle comprendere, rendere oggettive e condivisibili, occorre provare i nostri ragionamenti con dei fatti verificabili. Il metodo scientifico, che procede per problemi, prevede la formulazione d'ipotesi e la loro verifica sperimentale.*

I passi da affrontare per risolvere un problema possono essere riassunti nella seguente successione.

- ◆ Attenta lettura e analisi del testo del problema.
- ◆ Individuazione dei dati di partenza noti.
- ◆ Individuazione delle richieste del problema.
- ◆ Individuazione degli strumenti matematici da utilizzare.
- ◆ Previsione delle possibilità che si possono presentare e delle linee di condotta da seguire.
- ◆ Stesura delle operazioni elementari per risolvere il problema (algoritmo risolutore).
- ◆ Risoluzione del problema.
- ◆ Verifica dei risultati ottenuti.

Analisi del testo di un problema

L'analisi del testo è il primo fondamentale passo per una riuscita soluzione. Il testo del problema e i dati vanno classificati riguardo al quesito posto dal problema e una loro non corretta valutazione può portare fuori strada.

Alcuni dati, infatti, assumono significato e divengono utili e indispensabili per la risoluzione secondo il quesito proposto.

L'analisi del testo richiede, quindi, un'attenta lettura, l'individuazione e la classificazione degli elementi presenti nel testo e, in particolare, dei dati utili e delle richieste del problema.

I dati possono essere raggruppati secondo la loro tipologia.

Analisi del testo del problema

- ◆ Individuare le parole chiave
- ◆ Individuare i dati e classificarli
 - ◆ Dati utili
 - ◆ Dati sovrabbondanti, inutili e superflui
 - ◆ Dati mancanti
 - ◆ Dati impliciti
 - ◆ Dati eventualmente contraddittori
- ◆ Individuare le relazioni evidenti, nascoste e implicite
- ◆ Individuare le richieste del problema e le incognite da ricercare

Tipologia dei dati

I dati utili sono chiaramente presenti nel testo del problema e sono utilizzati all'interno dell'algoritmo risolutore.

I dati utili possono essere **espliciti**, quindi chiaramente espressi nel problema o impliciti, dati sottintesi o che appartengono alla memoria del risolutore.

Sono **impliciti** sono espressi come termini cui è legato un valore numerico. Ne sono un esempio, il paio o la coppia, che indicano il valore 2, la dozzina, che indica il valore 12, e tutti i riferimenti a intervalli temporali (giorno, mese, settimana).

È possibile che il testo di un problema riporti dati **superflui**. In questi casi i dati sono omessi nella tabulazione e non entrano nel procedimento che porta alla risoluzione del problema.

Analizzando il testo di un problema può capitare di individuare dati tra loro contraddittori o la mancanza di dati necessari. Questa evenienza rende, di norma, il problema non risolvibile. Occorre andare alla ricerca della motivazione che hanno portato a ottenere dati incompatibili o a una mancanza di dati necessari. La correzione può rendere il problema risolvibile.

Il testo di un problema deve riportare infine delle richieste. Queste richieste sono poste in forma di quesiti e rappresentano le incognite del problema.

Risulta utile tabulare sempre queste due tipologie di informazioni ed accompagnare un problema all'inizio con questo importante lavoro.

Esempio

Comprì 4 quaderni a 2,50 € l'uno e due penne nere a 1,50 € l'una. Quanto spendi in tutto?

<p>Dati</p> <p>Numero quaderni 4</p> <p>Prezzo unitario quaderno 2,50 €</p> <p>Numero penne 2</p> <p>Prezzo unitario penne 1,50 €</p>	<p>Incognite</p> <p>Spesa complessiva</p>
--	--

Modelli di procedimento risolutivo

Effettuata l'analisi del testo, individuati i dati, le richieste del problema e formulate delle ipotesi su come procedere, occorre individuare l'algoritmo risolutore. Un algoritmo, per essere tale, deve essere finito e a passi sequenziali, mancare di ambiguità ed essere estendibile ad una classe di problemi.

Gli approcci operativi sono i più diversi e secondo i casi si predilige l'uno o l'altro.

Metodo classico, con risolvo, indico e calcolo

Si conviene sempre tabulare i dati e le incognite.

Si scrive, quindi, centrato nella pagina la parola "Risolvo".

Si scrive, come la pagina fosse divisa in due colonne, a sinistra la parola "Indico" e a destra la parola "Calcolo".

A sinistra, sotto la colonna "Indico", si riportano le indicazioni procedurali (Trovo ...), seguite dal calcolo scritto in riga, accompagnandolo opzionalmente con le unità di misura, cui segue il risultato parziale o finale, sempre completo dell'unità di misura.

A destra, sotto la colonna "Calcolo" si riportano, quando necessario, i calcoli eseguiti. Di norma si omettono i calcoli da considerarsi banali.

Giunti al risultato si scrive centrato nella pagina la parola "Rispondo". A seguire si scrive in modo esteso la risposta al quesito. Questa ultima parte di norma si omette essendo evidente il risultato ottenuto.

Esempio

In cartoleria Giacomo acquista 2 quaderni che costano 1,80 € l'uno, una penna da 2 € e una gomma da 1,40 €. Pagando con una banconota da 10 € cosa riceverà come resto?

Dati	
Quaderni	2,00 €
Prezzo unitario quaderni	1,80 €
Gomma	1,40 €
Banconota con cui si paga	10,00 €

Domanda
Cosa riceve di resto?

Risolvo

Indico

Trovo quanto paga i due quaderni

$$1,80 \cdot 2 = 3,60 \text{ €}$$

Trovo il totale da pagare per il materiale comprato

$$3,60 + 2,00 + 1,40 = 7,00 \text{ €}$$

Trovo il resto

$$10,00 - 7,00 = 3,00 \text{ €}$$

Calcolo

$$\begin{array}{r} 1,8x \\ \underline{2=} \\ 3,60 \\ 3,60+ \\ 2,00+ \\ \underline{1,40=} \\ 7,00 \end{array}$$

Rispondo

Giacomo riceverà di resto 3 €.

Metodo riconducibile a espressioni

Si conviene sempre tabulare i dati e le incognite.

Occorre quindi tradurre il testo del problema in una espressione che risponda al quesito del problema.

Se necessario occorre inserire delle parentesi utili a indicare chiaramente l'ordine delle operazioni da eseguire.

Esempio

In cartoleria Giacomo acquista 2 quaderni che costano 1,80 € l'uno, una penna da 2 € e una gomma da 1,40 €. Pagando con una banconota da 10 € cosa riceverà come resto?

Espressione risoltrice

resto = contante consegnato – totale speso

(espressione “parlante”)

$$10 - (2 \cdot 1,8 + 2 + 1,4) =$$

(espressione risoltrice)

$$10 - (2 \cdot 1,8 + 2 + 1,4) =$$

$$= 10 - (3,6 + 2 + 1,4) =$$

$$= 10 - 7 = 3$$

Giacomo riceverà di resto 3 €.

Metodo top-down e bottom-up

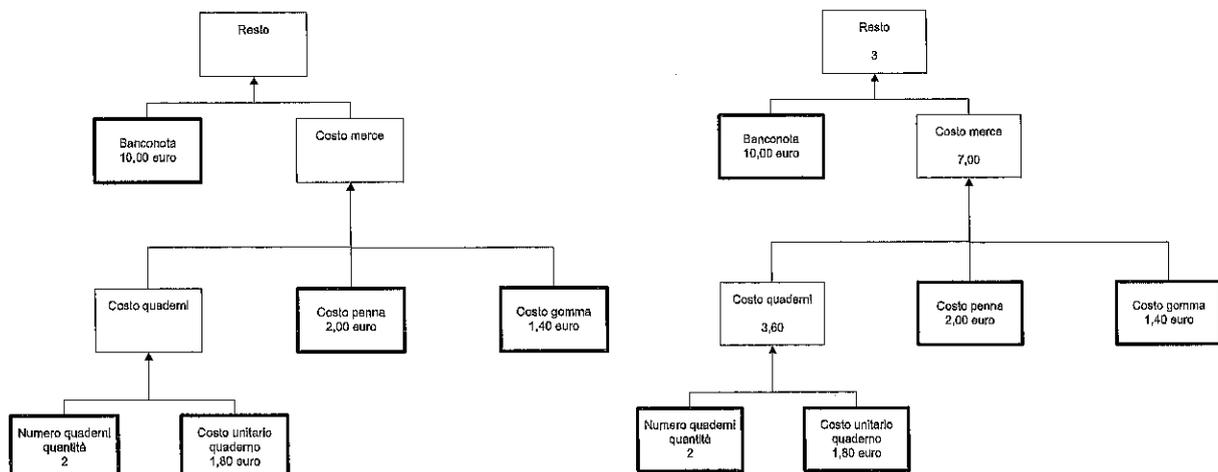
Questo metodo distingue due fasi e porta alla costruzione di un **diagramma ad albero** dall'alto in basso e poi al suo completamento dal basso verso l'alto.

La prima fase detta **top-down** (dall'alto verso il basso) fissa l'obiettivo da raggiungere e scendendo verso il basso suddivide logicamente il problema in blocchi più semplici, fino ad incontrare i dati di partenza. Con questa fase si completa l'analisi del problema e si individua un percorso risolutivo.

La seconda fase è quella risolutiva. Percorrendo a ritroso il diagramma a blocchi, percorso **bottom-up** (dal basso verso l'alto), si completano i risultati parziali per giungere al blocco posto più in alto e che rappresenta la soluzione del problema.

Esempio

In cartoleria Giacomo acquista 2 quaderni che costano 1,80 € l'uno, una penna da 2 € e una gomma da 1,40 €. Pagando con una banconota da 10 € cosa riceverà come resto?



Considerazioni conclusive

Per la risoluzione di problemi, sono disponibili diversi modelli e approcci sistematici.

Le tecniche e la ricerca di standardizzazioni dei problemi riducono i casi presentati a contesti rigidi e il solutore al di fuori di questi rischia di trovarsi incapace a percorrere procedure autonome.

Nelle strategie risolutive le strade sono personali, talora imboccate per intuizione che chiarificano le relazioni che rendono coerenti i dati e le informazioni contenute nel testo del problema.

Qualunque strategia abbiate adottato ricordate che esiste sempre la possibilità di controllare i risultati. Basta un po' di attenzione e buon senso per effettuare controlli di qualità dei risultati anche senza entrare nel merito dei calcoli (qualche penna e quaderno non potranno mai costare milioni e nessuno compera per casa tonnellate di frutta!?).